

# Od Platonovog *Teeteta* do Gaussovog *Pentagramma Mirificum*: borba za istinu

Bruce Director [Executive Intelligence Review, *EIR*]

399. godine prije Krista, dok se Atena potresala u gospodarskim i političkim previranjima izazvanim Peloponeskim ratovima, ostarjeli Sokrat vodio je upečatljiv razgovor o uzrocima te krize s jednim iznimnim mladićem. Poslije više od 30 godina, suočen s nastavkom te krize Platon je ovjekovječio taj razgovor u povijesnoj drami koja je otdada poznata po imenu Sokratovog sugovornika *Teeteta*. Kroz to vrijeme Sokrat je već odavno bio osuđen i pogubljen, a Teetet je umro od smrtonosnih rana zadobivenih u vojnoj bitki blizu Korinta.

Platon, protagonist te povijesti zauzeo je čvrsto stajalište glede središnjeg pitanja tog razgovora—što je znanje?—i njegove veoma velike važnosti za neposredni opstanak grčke kulture. Dramu je stoga smjestio u povijesno okružje u kojem se dogodila namjeravajući izazvati svoje suvremenike i sve kasnije naraštaje, kao naš, da se na pravi način suoče s tim problemom—kao s određujućim pitanjem života i smrti civilizacije.

Kao u svakoj klasičnoj drami početni prizor *Teeteta* priređuje pozornicu za ono što slijedi dajući gledalištu povijesno okružje u kojem će promatrati razvoj događaja. U ovom slučaju događaji se čuju kroz uši Euklida iz Megare i Terpsiona, koji ponovno oživljuju slavni razgovor 30 godina nakon što se dogodio. Tu retrospektivu potaknulo je Euklidovo izvješće Terpsionu da se baš vraća iz luke gdje je vidio kako Teeteta nose u Atenu, teško ranjenog u bitki blizu Korinta, pateći od dizenterije koja je zarazila vojsku.

Čuvši tu vijest Terpsion uzvikne, "Oh! On će biti velik gubitak!" što potakne Euklida na prisjećanje:

Sjetio sam se što je Sokrat rekao o njemu i pomislio kako je iznimno kako se ovo kao i sva njegova predviđanja ispunilo. Vjerujem da ga je vidio neposredno prije svoje vlastite smrti, dok je Teetet bio mladić, i vodio nezaboravan razgovor s njim, kojeg je ponovio preda mnom kad sam došao u Atenu. Bio je pun udivljenja za njegov

genije i rekao da će on sasvim sigurno biti velik čovjek, ako preživi.

Kao u pjesmi "Oda na grčkoj urni" Johna Keatsa Platonov uvodni prizor izaziva pregršt pitanja kod nas: "Tko je bio taj Teetet? Kakav je bio njegov život? Zašto je poginuo? Kakva je to bila bitka? Kakvu je nadu Sokrat vidio u njemu? Što su to Grci sad izgubili?"

Predstavljajući Teeteta u trenutku njegove pogibije Platon je nastojao pobuditi svoje suvremenike na razmišljanje o takvim pitanjima nadajući se da će shvatiti da je to, što je Sokrat prepoznao u mladom Teetetu, bilo ključ preokreta njihove stalne zle sudbine. No kao što povijest grčke civilizacije potvrđuje Platonovi se suvremenici nisu moralno uzdigli i grčka je civilizacija nastavila svoje propadanje prepustivši konačno svoju moć carskom Rimu.

Danas naše suvremenike na isti bi način Platonovo pričanje moralo nadahnuti. No oni su većim dijelom slijepi za takvu povijest. Takva zatupljenost nije samo nedostatak profinjenosti, ona je samo potvrda da naša moderna kultura pati od iste boljke kao i Platonova. Pa iako ne možemo promijeniti odgovor Platonovih suvremenika na njegovu dramu možemo odlučiti naš. Njihova povijest je napisana, naša će se tek pisati.

## Život i vrijeme Teeteta

Bitka u kojoj je Teetet bio smrtno ranjen dogodila se blizu Korinta 369. g. prije Kr., a bila je dio neprekidnog slijeda međusobnih ratova koji su poharali Grčku tijekom čitavog ranijeg stoljeća. U ranim godinama 5. stoljeća prije Kr. Grci su se ujedinili u obrani protiv vojnih napada Perzijskog carstva. Ta je obrana uspjela zbog relativno višeg moralne i intelektualne razine razvoja grčkog društva od carske Perzije. Ta viša odlika razvoja bila je odraz zamisli prirode Čovjeka [koje je to društvo imalo o njoj] koja se razvijala u grčkom govornom svijetu a tipičan

primjer dale su Solonove reforme i znanstvena otkrića Talesa i pitagorejaca.

Imperijalisti su kao reakciju na taj poraz uvidjeli da moraju potkopati privrženost grčke kulture razvoju stvaralačkih moći razuma, da bi potčinili relativno višu kulturu Grčke. Oko 450. g. prije Kr. Grci su počeli podlijegati tom vještom, prepredenijem i konačno uspješnijem napadu imperijalističke strane. Djelujući kroz svoje suučesnike u kultu Apolona u Delfima imperijalne vlasti gajile su "koaliciju voljnih" unutar najnazadnijih i pokvarenijih elemenata grčkog društva. Tipičan primjer bio je savez sa središtem u gradu-državi Beotiji.

Ovi drevni populisti bili su podmitljivi, pa ih se kupovalo novcem, moći, i kultom vjerskih uvjerenja koja su štovala iracionalne tajanstvene moći mitskih bogova koji su ljude smatrali zvijerima. Imperijalnu kliku odlikovala je skupna mržnja protiv zamisli čovjeka koju su izražavale ideje Solona, Heraklita, Talesa i pitagorejaca, a to je da se po stvaralačkim moćima uma čovjek razlikuje od svih drugih bića. Za razliku od životinja, koje robuju zapažanju osjetilima, ljudska bića mogu shvatiti, putem svog uma, nezapažljive [osjetilima] zakonitosti promjene koje upravljaju vladanjem zapažljivih predmeta. Pitagorejci su zvali takve zakonitosti grčkom riječi "dynamis" [δυνάμις] čiji je engleski prijevod "power", hrvatski "moć (potencija)". Kad ta spoznajna moć, a ne predmeti zapažanja osjetilima, vode Čovjekov čin, on zadobiva sve veću vještinu i prevlast nad samim fizičkim svijetom (svemirom). Stoga, kao što je Solon naveo u svojim zakonima a Sokrat potvrdio svojim životnim djelom jedini način poboljšanja ljudskih prilika dolazi poboljšanjem moći uma.

Carskim vlastima pomagali su sofisti u svom izopačenju grčke kulture, koji su navalili u Atenu sredinom 5. stoljeća, naplaćujući visoke naknade za podučavanje djece bogatih Atenjana kako koristiti vještinu govora u uvjeravanju drugih da se rastanu od svog novca, morala i pameti. Kao drevni vjerski šarlatani ili prethodnici današnjih financijskih i političkih konzultanata uspjeh sofista ovisio je o sve većoj dragovoljnoj spremnosti slijediti obmane čulnih moći i novca—baš kao što današnji

bebi-bumeri padaju na svaku prividnu seksualnu ili novčanu 'foru' koja curi iz blata interneta.

Sofisti, prihvativši poricanje postojanja ljudskog stvaralaštva kao aksiom, uporno su na osnovu toga tvrdili da se ništa ne može znati osim onog što se zapaža osjetilima. Sve drugo samo je stvar "mišljenja", čija se istinitost određuje jedino njenom popularnosti trenutka. Sofistima i onima koji su vjerovali u njih istina nije postojala, jer bi se kosila s iluzornom moći koju sofizam navodno nudi.

Kako je rasla popularnost sofista, prilike su se u Grčkoj pogoršavale vodeći do kobnih Peloponeskih ratova od 431. do 404. g. prije Kr., koji su decimirali većinu Grčke i ostavili Atenu u stanju krajnjeg gospodarskog, moralnog i političkog rasula. No ratovi nisu završili 404. Nastavili su se dok su se savezništva stalno mijenjala pa se svako sukobljavalo sa svima u stalnom ratu koji je požderao grčki govornički svijet. 396. g. prije Kr. vojska Sparte i Atene, koji su bili saveznici protiv Perzijanaca, postali su neprijatelji u Peloponeskim ratovima, a ponovno su se udružili u borbi protiv ostataka moralno iskvarene Beotijske lige, kontrolirane od strane Perzije. Baš je u toj bitki Teetet zadobio rane koje nije preživio.

No trideset godina ranije Teetet je još bio mladić odrastajući u Ateni koja je obilovala korupcijom i sofizmima. To je bilo okruženje njegove nezaboravne rasprave sa Sokratom.

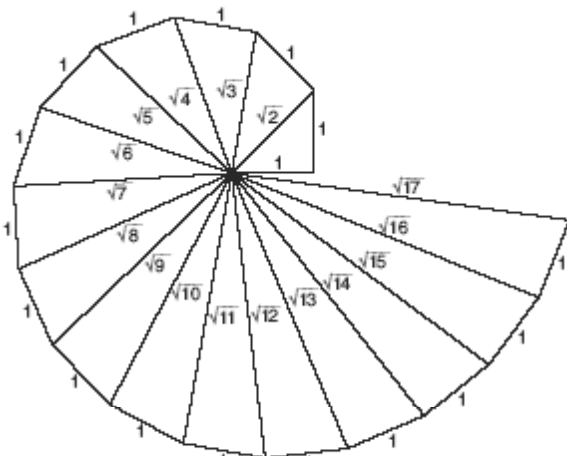
## Teetet i Sokrat u razgovoru

U Platonovoj drami o tom razgovoru izvještava čitanje Euklidovog prijepisa o Sokratovoj priči o tom danu. Kao što prijepis izvještava razgovor je započeo diskusijom između Sokrata i Teodora iz Kirene, pitagorejca poznatog po svojim istraživanjima o neizmjerivim veličinama. Sokrat, izrazivši svoju zabrinutost za budućnost Atene pita: "Koji između ovih mladih Atenjana ima izgleda postati filozofom"? Teodor pokauje jednog, prije spomenutog Teeteta, koji, kaže on:

...nije ljepotan i ne smiješ se uvrijediti ako kažem da jako liči na tebe. Ima naime prčast nos i izbuljene oči, iako su te crte kod njega slabije izražene od tvojih. Videći dakle kako nema osobne privlačnosti mogu

## PRIKAZ 1

### Teodorova konstrukcija



Teodorova konstrukcija neizmjerivih veličina. Stao je kod 17, no Teetet je smislio čitavu neograničenu klasu takvih moći/potencija "kvadrata" i pronašao njihovu istinsku granicu.

slobodno reći da od svih mojih poznanstava, koja su veoma velika, nikad nisam upoznao nekog tko mu je ravan u prirodnoj nadarenosti, jer on pokazuje brzinu shvaćanja kojoj gotovo nema premca a neizmjerljivo je dobroćudan a isto tako i najhrabriji od ljudi. Postoji u njemu ujedinjenje odlika kakvo nisam vidio u drugima, i jedva bih pomislio da je to moguće, jer oni, koji kao on imaju brzu, uvijek spremnu pamet i odlično pamćenje, obično su veoma temperamentni, brod su bez balasta, pa vrludaju amo tamo i bijesni su a ne hrabri. A postojaniji soj, kad se moraju suočiti s učenjem, ispadaju glupi i ne mogu pamtit. No on se kreće sigurno i glatko i uspješno stazom znanja i ispitivanja, pun nježnosti koja tiho teče kao rijeka ulja. U njegovim godinama to je zadivljujuće.

S ovakvim sjajnim uvodom Sokrat poziva Teeteta u istraživanje pitanja, za koje sofisti tvrde da nema odgovora i prema tome ne treba ga postavljati: "Što znači nešto znati"? Na Teodorovo nagovaranje Teetet se pridruži. Sokrat započinje raspravu nizom pitanja smišljenih da pojasne kako on pod tim ne misli na znanje neke određene stvari, nego opće načelo samog znanja.

Odgovarajući Teetet kaže, uvjeren:

Da, Sokrate, nema poteškoće u postavljanju tvog pitanja. Ti misliš, ako se ne varam, na nešto slično onom što se dogodilo meni i mom prijatelju, tvom imenjaku Sokratu u nedavnom razgovoru.

Teodor nam je ovdje crtao neke likove da bi pojasnio potencije/moći [*dynamis*] prikazavši da kvadrati koji sadrže 3 četvorna metra i 5 četvornih metara nisu izmjerivi dužinom koja ima jedinicu jedan metar, i tako odabravši svaku po redu sve do kvadrata od 17 i tu je stao. Palo nam je tad na pamet budući je broj potencija naizgled beskonačan, da ih pokušamo sakupiti pod jednim imenom kojim bi ubuduće mogli zvati sve te moći.

Teetet je tad predočio Sokratu kako je nadmašio svog učitelja i otkrio opće načelo neizmjerivih veličina (vidi **Prikaz 1**). Ne određeno načelo za ovu ili onu neizmjerivu veličinu, kaže on, nego opće načelo—moć (*dynamis*) koja tvori te neizmjerive veličine.

### Ideja moći

Ova ideja moći je u žarištu svake zanosti od tog vremena do danas. Jednostavni primjer koji je Teetet koristio—da se moći koje povećavaju dužinu razlikuju od moći koje povećavaju površinu, koje se sa svoje strane razlikuju od moći koje povećavaju obujam—izraz je sposobnosti ljudskog uma da bude gospodar a ne rob predmetima osjetila. Svojim izgledom dužina, kvadrat i kocka izgledaju kao da ih tvori ista stvar. Kvadrat je omeđen dužinama, kocka je omeđena kvadratima. Rub kocke i stranica kvadrata su dužine koje su u svom vidljivom izgledu sasvim jednake samoj jednostavnoj dužini. No ipak, kao što su pitagorejci otkrili dužina koja tvori kvadrat neizmjeriva je jednostavnom dužinom, a dužina koja tvori kocku neizmjeriva je i s jednom i drugom od njih dviju.

Teetet je otišao još dalje. Raspoznao je da je dužina koja udvostručuje kvadrat neizmjeriva s dužinom koja utrostručuje kvadrat, koja je sa svoje strane neizmjeriva s dužinom koja učetrostručuje kvadrat i tako dalje. No iako su te veličine svaka osebujna i različita može ih se zamisliti kao izraz jedinstvenog načela. To načelo iako naizgled neograničeno ustvari je omeđeno. Nedostaje mu moć udvostručiti kocku. Te kubne moći, Teetet je potvrdio, drugačija su vrsta moći.

Čuvši Teetovo predstavljanje svog otkrića Sokrat je velikom radošću proglasio da je Teodor bio potpuno u pravu kad je hvalio spoznajne moći svog učenika. No

sad je Sokrat postavio elementarnije pitanje: "Što misliš kad kažeš da nešto znaš"? To je Teeteta stavilo na oprez da ne zasluži pohvalu, jer ne može odgovoriti na to opće pitanje.

Euklidov prijepis daje priču o onom što sljedi:

**Sokrat:** Dobro, ali kad bi te netko pohvalio zbog trčanja i rekao da nikad nije sreo nekog ravnog tebi između dječaka a kasnije bi ti izgubio trku s odraslim čovjekom koji je bio bolji trkač, da li bi pohvala bila manje istinita?

**Teetet:** Sigurno ne.

**Sokrat:** A da li je otkriće prirode znanja tako mala stvar kao što sam baš sad rekao? Ne bi li ona stavila na probu moći ljudi savršenih u svakom pogledu?

**Teetet:** Tako mi nebesa oni bi trebali biti vrhunac svog savršenstva!

**Sokrat:** Pa onda, budi raspoložen, nemoj reći da je Teodor bio u krivu o tebi, nego daj sve najbolje od sebe i utvrdi istinsku prirodu znanja, kao i drugih stvari.

**Teetet:** Željan sam dovoljno, Sokrate, ako bi to iznijelo isinu na svijetlo.

**Sokrat:** Ajde, baš je ovaj tvoj početak bio dobar. Neka ti tvoj vlastiti odgovor o moćima bude uzorak, pa kako si ih sve shvatio u jednoj klasi, pokušaj i donesi mnoge vrste znanja pod jednu definiciju.

Platonova drama nastavlja priču o tom povijesnom razgovoru u kojem poštovani Sokrat, zabrinut za budućnost svoje zemlje, čije propadanje je gledao kroz pokvarenost sofizma, nastoji uliti u mladog genija nesmiljenu privrženost istini i shvaćanje metode kojom to postići. Sokrat umoljava Teeteta da koristi svoje osobno iskustvo stvaralačkog otkrića kao vodilju u nastojanju traženja odgovora na temeljnije pitanje. Kroz čitav dijalog Sokrat ohrabruje Teeteta da se puzdaje samo u svoje znanje moći otkrića, a ne znanja neke određene stvari.

Sokrat je shvatio da iako se to stvaralačko iskustvo može odvijati samo unutar uma čovjeka pojedinca, društvo u cjelini ovisi o njegovoj čestoj pojavi. Stoga on silno nastoji da se kao star

čovjek zabrinut za budućnost čovječanstva nakon svoje smrti mora posvetiti poticanju te sposobnosti u drugima. Uspoređuje sebe sa svojom majkom koja je kao babica pomagala dovesti djecu na ovaj svijet dok on pomaže pri rađanju ideja. Nastoji nadahnuti u Teetetu strast/ljubav za istinom tako jaku pa kad on preuzme na sebe veću odgovornost za društvo bit će voljan podvrći svoje misli pomnom ispitivanju nepohodnom pri određivanju da li je ostvario nešto istinito ili je tek ponudio "mućak". Ako Sokrat uspije u svom trudu stvorit će ratnika protiv sofizma.

Za čitavu priču čitatelj se upućuje na Platonov dijalog (za engleski prijevod vidi [www.perseus.tufts.edu](http://www.perseus.tufts.edu)), no a za naše potrebe ovdje moramo podvući Sokratovu završnu opasku:

Ako se nakon ovog ikad prihvatiš truda začeti druge misli, Teetete, bit ćeš bremenit boljim mislima od onih oko kojih se sad trudiš, a ako ostaneš neplodan bit ćeš manje oštar i blaži prema svojim sudrugovima, jer ćeš posjedovati mudrost da ne misliš da znaš nešto što ne znaš. Toliko i ne više moje umijeće može postići, a niti znam išta o stvarima koje su znane drugima, velikim i divnim ljudima koji su [ovdje] danas i onih u prošlosti. No ovo umijeće smo oboje moja majka i ja primili od Boga, ona za žene a ja za mlade i plemenite muškarce i za sve koji su poštjeni. A sad moram otići u trijem Kralja i odgovoriti na tužbu koju je Melet podnio protiv mene. No ujutro, Teodore, sastanimo se opet.

Meletova tužba optužila je Sokrata za bezbožnost i kvarenje mladeži zbog njegovog suprotstavljanja sofizmu u Ateni. Na suđenju Sokrat je opomenuo ako se Atena nastavi predavati sofizmu, platit će visoku cijenu. Bio je osuđen i pogubljen. Povijest bilježi, kao što je Teodor zapazio da su se sva Sokratova predviđanja ostvarila.

## Nastupa Arhita

Manje od dvije godine nakon Teetetove smrti, Platona je koalicija pitagorejaca pozvala u Sirakuzu koja se borila na zapadnom boku protiv imperijalizma kojeg su vodili Perzijanci.

Platon je to područje već posjetio prije 25 godina, odmah nakon smrti Sokrata, tražeći moguće suradnike u borbi protiv sofista, koji su bili u savezu s Perzijancima. Prvo ga je putovanje dovelo u blizinu krugova oko Arhite, velikog državnika i znanstvenika sa sjedištem u pitagorejskom uporištu Tarentu. Među Arhitinim znanstvenim dostignućima bile su studije glazbe, astronomije, mehanike i njegovo slavno rješenje problema udvostručenja kocke.

Arhita se dokazao kao jedan od najvažnijih političkih vođa u regiji i bio je izabran generalom sedam godina iako je uobičajeni rok bio jedna. Kao pitagorejca uporno je zahtijevao da se politika mora voditi znanstvenim načelima, a ne sofizmima. Ti pitagorejci Sicilije i južne Italije nadali su se utjecati na Dionizija II, tiranina Sirakuze da odbaci sofizme i vrati se na Solonovu tradiciju. No taj trud je doživio neuspjeh, i Platon se ubrzo vratio u Atenu vjerujući da su Sirakužani previše pokvareni da bi slušali njegov savjet. Iako je u to vrijeme Platon smatrao svoju procjenu konačnom, 361. g. prije Kr. Arhita ga je osobno zamolio da se vrati u to područje u još jednom pokušaju osuguranja boka u borbi protiv sofizma.

Poštujući Arhitovu prosudbu Platon je otputavao no uskoro se našao osuđen na smrt od Dionizija usmjerenijeg na traženje povećanja svoje moći nego pretvorbu svog kraljevstva u republiku. No uz izravno posredovanje Arhite Platona su oslobodili i vratili u Atenu, gdje je uz druge stvari dao dramatski opis Teetovog razgovora sa Sokratom.

U godinama nakon toga Platon je nastavio isticati važnost spone između znanosti i politike. U **Zakonima**, svom zadnjem pokušaju izvesti grčku kulturu iz jaza u koji je upala, Platon je jadikovao da su Atenjani postali "kao proždrljive svinje", jer su postali neznalice glede načela udvostručenja kvadrata i kocke. Takvo neznanje ostavilo je Grke ne samo nesvjesnim glede osnovnih znanstvenih načela, nego što je još važnije trpjeli su od nedostatka izravnog, osobnog iskustva stvaralačkih otkrića i bili pretvoreni u zvijeri.

Platonovo isticanje odnosa između tog razvoja stvaralačkih moći uma čovjeka pojedinca i prilika u društvu kao cjelini ovjekovječilo je Eratostenovo

davanje obilježja problemu udvostručenja kocke kao "Delijskog" problema. Prema Teonu iz Smirne, Eratosten je napisao u svom **Platoniku**:

[K]ad je bog stanovnicima Delosa objavio putem proroštva da bi morali kako bi se riješili kuge, konstruirati oltar dvostruko veći od postojećeg, njihovi majstori našli su se u velikom čudu u svojim naporima da otkriju kako udvostručiti geometrijsko tijelo. Otišli su stoga i upitali Platona o tome, a on je odgovorio da je proroštvo mislilo, ne da bog hoće oltar dvostruke veličine, nego da želi, postavljajući im tu zadaću, postiditi Grke zbog njihova zapuštanja matematike i njihova prezira prema geometriji.

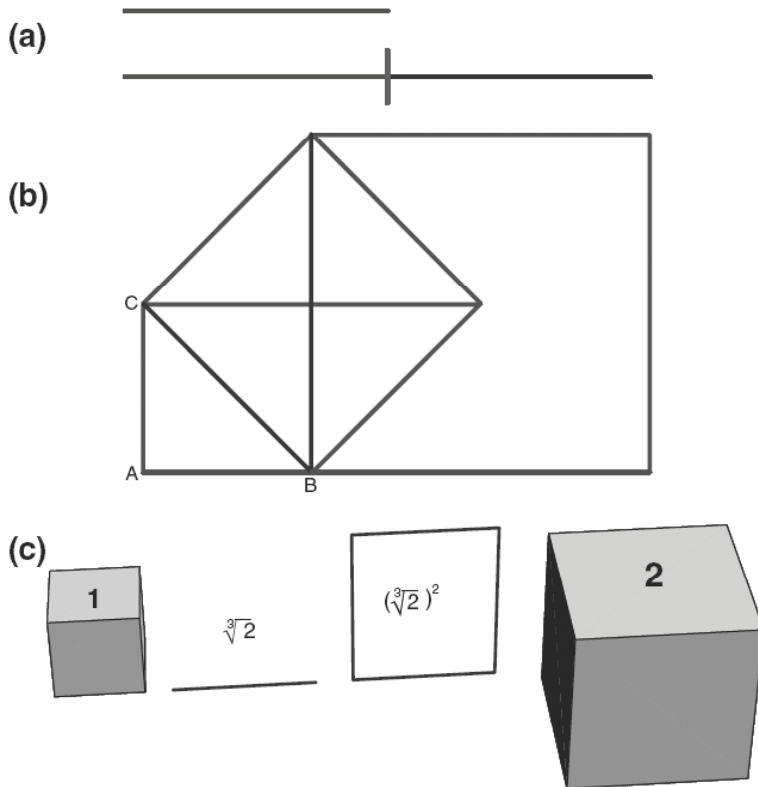
U Platonovom dijalogu, Teetet aludira na taj Delijski problem, kad nakon što je i Sokratu ispričao o svom otkriću čitavog roda kvadratnih veličina, kaže "a isto tako i za geometrijska tijela". Ne znamo kako daleko se prostiralo Teetetovo znanje geometrijskih tijela, kad je bio u tom dobu. Međutim kasnija povijest pokazuje da je upravo Teetet napisao prvu cjelovitu studiju egipatske/pitagorejske znanosti o pet pravilnih, sfernih, "platonovih" geometrijskih tijela.

Značenje Teetetove aluzije na geometrijska tijela u tom objašnjavanju postaje jasna, kad se gleda sa stajališta Arhitinog rješenja Delijskog problema. Obrnuto od toga, Arhitino rješenje Delijskog problema razumljivo je jedino sa stajališta Teetove povijesti.

Kao što je Teetet ukazao u svojoj mladenačkoj raspravi neizmjerive veličine povezane s kvadratnim moćima može se smatrati kao jedincatu moć. To se jedinstvo može izraziti harmonički kao omjer jedne geometrijske sredine između dva kraja. No, kako je jedno pokoljenje kasnije Hipokrat s Kosa otkrio, neizmjerive veličine povezane s kubnim moćima mogu se harmonički izraziti omjerom dviju geometrijskih sredina između dva kraja. (Vidi **Prikaz 2.**)

Kao što je Platon izrazio u **Timeju**, baš stvarni svijet (svemir), a ne formalna matematika određuje koji od tih omjera je stvaran:

**Udvostručenje i moći**



(a) Veličina koja ima "moć" udvostručiti dužinu tvori se jednostavnim produženjem.

(b) Veličina koja ima moć proizvesti kvadrat dvostruke površine dijagonala je manjeg kvadrata i nazivamo je geometrijskom sredinom između dva kvadrata.

(c) Veličina koja ima moć proizvesti kocku dvostrukog obujma razlikuje se od veličine koja ima moć udvostručiti kvadrat ili dužinu. Ona je manja od dvije geometrijske sredine između dviju kocki, i neizmjeriva je s obim tim veličinama.

Da je tijelo Svega postalo kao ravna površina, nemajući dubine, jedna geometrijska sredina bi dovoljna u povezivanju njega samog i njegovih su-članova, ali to je, pak, drugačije. Naime potrebno je da je to tijelo čvrstog oblika, a tijela dolaze u sklad ne pomoću samo jedne geometrijske sredine nego uvijek dvije.

Platonovo, Arhitino i Teetetovo težište na Delijskom problemu tjeralo je sofiste u ludilo, jer su sofisti tvrdoglavo tvrdili da se može znati da je nešto istinito jedino putem zapažanja osjetilima. Otuda sofisti nikad nisu mogli udvostručiti kocku, jer kako Arhitino rješenje pokazuje, kocka se ne može udvostručiti ni jednom metodom vidljivom osjetilima.

Budući da se jedna sredina između dva kraja može izraziti gibanjem pravog kuta u kružnici, čini se, sa stanovišta zapažanja osjetilima, da bi se dvije sredine mogle izraziti sličnim gibanjem u kugli. (Vidi **Prikaz 3.**) To krivo vjerovanje potkrepljuje se još činjenicom da se kocka, jedno od pet pravilnih tijela, može savršeno upisati i opisati kuglom. No Arhita je pokazao da hod kojim se dolazi do dvije sredine između dva kraja jednostavno nije kuglast. On zahtijeva kompleks hodova koji tvori sjecište ploha torusa, valjka i stošca. (Vidi **Prikaz 4.** – isto tako vidi malo detaljniji opis Arhitinog rješenja u dodatku prevoditelja) Ovaj viši oblik djelovanja (hoda) (kao što je naznačeno niže) pripada području koje su Gauss i Riemann kasnije zvali "hipergeometrijskim".

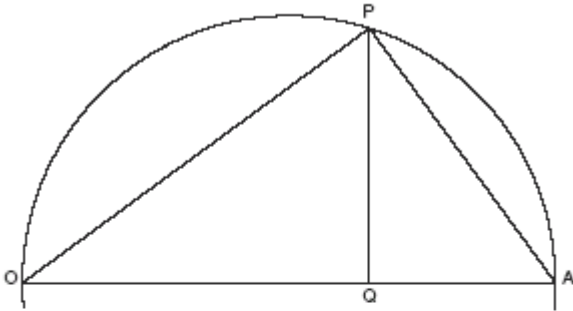
Sofisti i njihovi imperijalistički gazde suočili su se s problemom želeći s jedne strane koristiti se znanstvenim otkrićima dok istovremeno s druge strane tražeći suzbijanje stvaralačkih moći uma, koje su tu korist stvorile. Usmjerili su se na širenje novog oblika vjerskog kulta koji se širio pod krinkom znanosti. Tu dogmu kodificirao je Aristotel, imperijalni agent koji se odao ugušenju metode pitagorejaca i Platona.

Praktički sotonska vjera Aristotela, preobražena u različite oblike kao empirizam, redukcionizam, teorija informatike, i tako dalje bila je prvenstveno oružje udaranja po znanosti koje su rabili pobornici imperijalizma otdada do danas. Vodeći križarski rat pod stijegom "objektivne znanosti", Aristotelovi ulizice istraživali su ne stvarni svijet nego užasavajući svijet fantazije koji je oligarhija nastojala uspostaviti, svijet lišen ljudskog stvaralaštva. Napokon, objektivno, ljudski um je dio stvarnog svijeta. Prema tome jedina istinska znanost je ona koja je objektivno subjektivna.



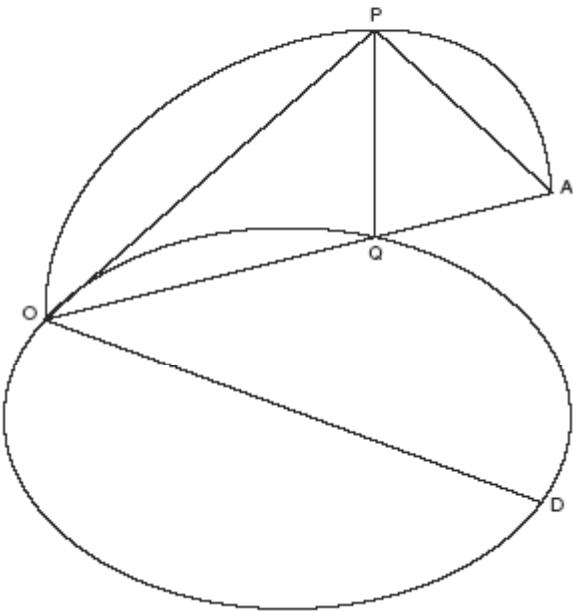
PRIKAZ 3 (a)

### Dvije sredine između dva kraja



Struna  $OP$  je geometrijska sredina između  $OQ$  i  $OA$ . Gibanjem  $P$  od  $A$  do  $O$  oblikuje se čitav mnogoznačnik takvih omjera (jedne sredine između dva kraja).

PRIKAZ 3 (b)



Da bi se došlo do dvije (geometrijske) sredine između dva kraja gibanje u 3(a) mora samo sebe pomicati vrteći se oko  $O$ . Prema tome  $Q$  se pomiče istovremeno po dužini  $AO$  i po kružnici  $DQO$ . Kružnica  $OPA$  svojim kretanjem opisuje površinu torusa. Dužina  $PQ$  opisuje površinu valjka.  $P$  se istovremeno pomiče opsegom kruga  $APO$  i krivuljom (nije ovdje prikazana) koju tvori sjecište torusa i valjka.

Uzorak Aristotelovog oblika sofizama vidi se u metodi i ustroju Euklidovih **Elementata**.

### Euklid i sofizmi **Elementata**

**Elementi** su sazdana na podiju aksioma, postulata i definicija koji nisu i nikad ne mogu biti dokazani. Jezgra tog podija je pretpostavka da je fizički prostor linearno proširen u beskonačnost u tri uzajamno pravokutna smjera. Na tom

podiju Euklid gradi sazdanje teorema iz kojih se izvodi logičkom dedukcijom zbirka rezultata koji počinju likovima u ravnini i završavaju s pet pravilnih tijela, i stisnuta između njih je teorija neizmjerivih veličina. Ne samo da se cijela zgrada ruši u prah, ako se pretpostavke na kojima stoji dokažu neistinitim (što one i jesu) nego, što je još važnije, *ništa u tim **Elementima** nije moglo biti, niti je bilo otkriveno Euklidovom metodom.*

Na primjer, čitava sekcija o pet pravilnih geometrijskih tijela i teorija neizmjerivih veličina preuzeta je izravno iz Teetetovog rada. No ovdje se javljaju u obliku namjerno neprijateljskom prema metodi Arhite, Teeteta i Platona.

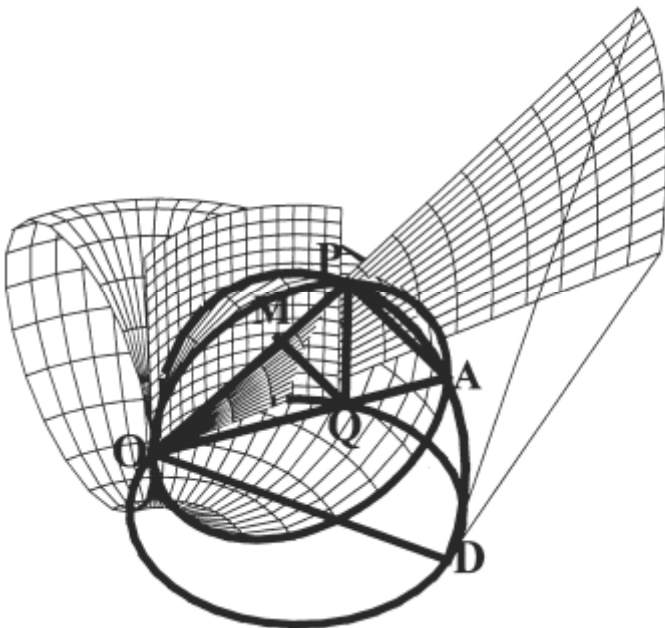
Gdje Euklid počinje definicijama, aksiomima i postulatima, Teetet počinje eksperimentalno izvedivim otkrićem da su veličine koje udvostručuju kvadrat različite moći od veličina koje udvostručuju dužinu. On je zatim ispitivao svoje otkriće i pronašao njegovu granicu—ono ne može udvostručiti kocku. A ipak, kao što je Platon naglasio u **Timeju** fizička stvarnost zahtijeva otkriće višeg načela. Kao što Arhitina konstrukcija pokazuje ta viša (kubna) zakonitost je i sama ograničena i tvori se još višim načelom djelovanja, hipergeometrijom.

Važno je podvući da je lažnost Euklidovih **Elementata** namjerno skovana. Ne može ju se nadvladati varkom i doskočicama, kao što je preokretanje reda **Elementata** i započinjanje sfernim konstrukcijama i zatim spuštanjem do likova u ravnini. Euklid i Teetet istraživali su sasvim različite predmete. Tijela Euklida su mehanički predmeti i Euklid opisuje njihova vidljiva svojstva. Tijela Teeteta, Arhite i Platona su nematerijalni, ali sadržajni, stvarni i dinamički procesi koji tvore vidljiva geometrijska tijela.

Kao što Arhitina konstrukcija pokazuje i kao što primjer Gaussovog *pentagramma mirificum* potvrđuje na naprednijoj razini, sferna geometrijska tijela su i sama odraz "hipersfernog" oblika djelovanja. Takva hipersferna, ili općenitije, hipergeometrijska područja mogu se pronaći samo, kao što povijest ideja potvrđuje, Sokratskom metodom čiji tipični primjer daju Platon, Teetet i Arhita.

Platonova priča o razgovoru Teeteta sa Sokratom svjedoči da ta metoda može *jedinstveno* postići istinske rezultate, jer

**Arhita udvostručuje kocku**



*Stožac s vrhom u A oblikuje se produženjem strune OM i njenom vrtnjom, pa kad presječe obje torusnu plohu i valjak u P, dobiju se dvije geometrijske sredine.  $OM:OQ::OQ:OP::OP:OA$ . Ako je OM 1 OQ će biti rub kocke čiji je obujam 2, OP će biti rub kocke obujma 4, a OA rub kocke obujma 8.*

odražava činjenicu temeljne priroda čovječanstva a to je stvaralaštvo, i ono je univerzalno svojstvo.

**Hipergeometrijsko područje**

Ova protu-Euklidska metoda protu-euklidejaca Platona, Teeteta i Arhite postavila je temelj svakog napretka znanosti od njihovog doba dalje. S druge strane, kao što je Riemann naveo u svojoj docentskoj dizertaciji iz 1854. g. aristotelijansko-sofistička metoda Euklida nadvila je tamu nad znanošću koja je spriječila napredak od tog doba do danas.

Tama se počela dizati radom Keplera, koji je primijenio Sokratsku metodu Nikole Kuzanskog iz njegova djela **De docta ignorantia** da bi odredio fizičke planetarne putanje.

Kepler je prvo pokazao, u svom radu iz 1596. **Mysterium Cosmographicum**, da je odnos između vidljivih planeta u skladu s odnosom Teetovih pet pravilnih, sfernih, "Platonovih" geometrijskih tijela. To je međutim imalo značenje da su planetarne putanje kružne. No, kao što je izjavio na početku svoje **Nove astronomije**, eksperimentalni dokazi pokazali su da planetarne putanje nisu

savršene kružnice. "To dovodi do snažnog osjećaja čuđenja koje tjera ljude da gledaju na uzroke [*dynamis*]".

Kepler je nastavio raditi na tom paradoksu u suprotnosti s "Euklidskim" metodama Ptolomeja, Kopernika, i Tiho Brahe, koji su svi istraživali fiziku planetarnih putanja sa stajališta Aristotelovske matematike savršenih krugova. Odbacivši taj pristup Kepler je (p)ostao privržen revolucioniziranju astronomije i povratku na Sokratski pristup na primjerima Teeteta i Arhite. Na taj način Kepler je prikazao da su putanje ustvari eliptične. To ga je vodilo do sljedećeg otkrića da su te eliptičke putanje harmonički poredane u skladu s istim razmjerima koje ljudi rabe u bel canto višeglasnoj glazbi. Takvi razmjeri nisu bili u skladu s omjerima cijelih brojeva, nego—kao što je Kepler istaknuo u svom napadu na aristotelovca

Petrasa Ramusa—s neizmjerivim veličinama koje je Teetet istraživao. Ta činjenica bila je još jedan pokazatelj hipergeometrijskog svojstva Sunčevog sustava.

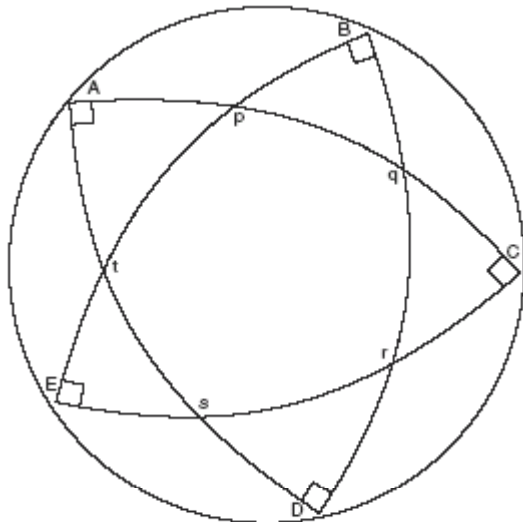
Kepler nas je snabdjeo osvrtom na svoje vlastite misli u povijesnom okružju koju smo ovdje ispričali, u svom uvodu iz 1612. u drugo izdanje djela **Mysterium Cosmographicum**. U prvom izdanju Kepler je istaknuo da njegova otkrića nisu počivala samo na rezultatima pitagorejaca i Platona glede pet pravilnih geometrijskih tijela nege također i na njihovoj metodi—na način kako je Kuza unaprijedio tu metodu. U svojoj izvornoj posveti, naglasio je ne samo svoje rezultate nego Sokratsko-Kuzansku prirodu Čovjeka koju su njegova otkrića utvrdila:

...[K]ad zapazimo kako je Bog pristupio kao neki naši vlastiti arhitekti zadaći konstrukcije svemira redom i uzorkom, i posložio pojedine dijelove u skladu s tim, kao da nije umjetnost koja oponaša Prirodu, nego je sam Bog pazio na način izgradnje Čovjeka koji treba postati.



PRIKAZ 5 (a)

### Napierov Pentagramma mirificum



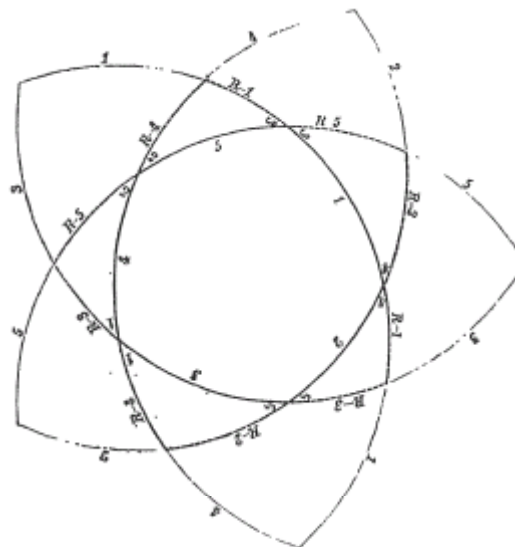
*Pentagramma mirificum Johna Napiera tvori se lancem sfernih pravokutnih trokuta. Na kugli i kutevi i stranice trokuta mjere se kao kutevi. Prema tome kutevi A, B, C, D i E su svi pravi kutevi. Lukovi pC, qD, rE, sA, tB su svi 90 stupnjeva. Sferni peterokut je samo-polaran, što znači da je svaki vrh pol suprotne strane. Na primjer p je pol ekvatora sr, q je pol ekvatora st i tako dalje. Stranice i kutevi sfernih trokuta Atp, Bpq, Cqr, Drs i Est su permutacije svakog od njih.*

*Ova konstrukcija ne može se napraviti na ravnoj plohi, jer na ravnini sličan lanac pravokutnih trokuta tvori četverokut, ne pentagram. Zato Pentagramma mirificum Johna Napiera iznosi na svijetlo svojstvenu peterostruku periodičnost kugle. Ta peterostruka periodičnost se odražava u činjenici, kao što su Teetet i Kepler pokazali, da se svih pet pravilnih Platonovih geometrijskih tijela može izvesti iz dodekaedra kojem je osnovica peterokut.*

U razdoblju od 25 godina između prvog i drugog izdanja Kepler je nadomjestio i poboljšao svoja otkrića no svijet njemačkog govornog područja spustio se sve dublje u krvavi vjerski rat, usporedo s porastom modernog oblika sofizma znanog kao empirizam. U svom uvodu u drugo izdanje Kepler je zabilježio da iako je ostvario velik napredak pred svojim prvim otkrićem, odlučio je ne napraviti nikakve značajne promjene u svom izvornom djelu. Razlog je bio kako bi njegovi čitatelji mogli prosuditi njegovu metodu čovjeka predanog razmišljanju s osvrtom na njegova kasnija dostignuća, i tako biti sposobni razaznati, na način Platonovog *Teeteta*, sam stvaralački proces. No Kepler je isto tako želio da njegovi čitatelji daju prosudbu njegovih otkrića u okruženju njihove kasnije povijesti. Naime u godinama nakon prvog otkrića,

PRIKAZ 5 (b)

### Gaussova skica Napierovog Pentagramma Mirificum



Izvor: Gauss, *Werke*, knjiga 3, str. 481

vjerski sukobi koje su orkestrirali Mleci i koji su ključali već više od stoljeća, naglo su izbili u orgije uništenja i ludila danas poznatog kao Tridesetgodišnji rat.

Stoga, Kepler kao i Platon uporno nastoji svoje suvremenike kao i buduća pokoljenja uvjeriti da gledaju na znanost kako bi trebalo gledati, kao na stvar života i smrti civilizacije.

Doista čak i sad, nakon preobrata austrijskih afera koji je slijedio, ima mjesta za Platonove proročanske riječi. Kad je naime Grčka bila u požaru sa svih strana u dugom građanskom ratu, i kad su je mučila sva zla koja obično prate građanski rat, zatražili su njegov savjet u rješavanju Delijske zagonetke te je on tražio izgovor da bi predložio spasonosni savjet narodu. Napokon odgovorio je da po mišljenju Apolona Grčka bi bila u miru kad bi se Grci preokrenuli na geometriju i druge filozofske studije, jer bi im te studije odvratile duh od ambicije i drugih oblika pohlepe, iz kojih niču ratovi i druga zla, i svratile na ljubav prema miru i umjerenosti u svim stvarima.

Keplerova su otkrića ponovno podigla ono što je već bilo razotkriveno Arhithinim rješenjem Delijskog problema, konkretno govoreći, zategnutost između očevitno sfernog oblika vidljivog područja

i hipergeometrijske prirode dinamike fizičkog djelovanja.

Dublji uvid u tu zategnutost može se vidjeti u Gaussovom istraživanju u "*pentagramma mirificum*".

*Pentagramma mirificum* je izvorno istraživao Keplerov suvremenik John Napier. U sklopu razvoja napretka u sfernoj astronomiji, Napier je započeo razotkrivati hipergeometrijski izvor svojstava sfernog djelovanja. Njegovo otkriće obuhvaćalo je konstrukciju niza pravokutnih sfernih trokuta, koje je zvao "*pentagramma mirificum*". (Vidi Prikaz 5).

No dublje značenje ove konstrukcije dolazi na vidjelo samo kroz Gaussovo ispitivanje o kojem izvješćuju dva odlomka fragmenata iz njegovih bilježnica. Iako je dublje značenje Gaussovih istraživanja *pentagramma mirificum*-a dosta široko, njegovo epistemološko značenje se može pojasniti osvrtom na samo nekoliko rezultata.

U svom prvom fragmentu Gauss ispituje odnos između svojstava sfernog *pentagramma mirificum* i peterokuta u ravnini koji se tvori iz njega centralnom projekcijom. (Vidi Prikaz 6.) Kao što slika pojašnjava, svojstva ravnog peterokuta samo su tvorevina svojstava sfernog *pentagramma mirificum* čija su projekcija. To ukazuje na ono što je Gauss isticao od svojih ranih radova pa do svoje smrti: *Euklidska ravna ploha ne postoji!*

No ovaj *pentagramma mirificum* ima isto tako viši početak. U fragmentima pet do dvanaest Gauss pokazuje da su sferni *pentagramma* i njegova projekcija oboje tvorevine eliptičke funkcije, koja je sa svoje strane tvorevina hipergeometrije koja ih nadvisuje. (Vidi Prikaz 7.)

## Kästnerove protu-Euklidske metode

Gaussova otkrića glede *pentagramma mirificum* odraz su njegove gorljive privrženosti protu-Euklidskim metodama, za koje su ga pridobili njegovi prvi učitelji, E.A.W. Zimmerman i Abraham Gotthelf Kästner. Kästner koji je bio vodeći branitelj Keplera, Leibniza i Bacha kroz veći dio 18. stoljeća bio je majstorski pedagog. S Zimmermanom i drugima Kästner je pomogao uvođenju Leibnizove razrade sustava školovanja kojem je težište bilo na razvijanju stvaralačkih moći učenika naglašavanjem svladavanja jezika i samostalnog učenja izvornih klasika

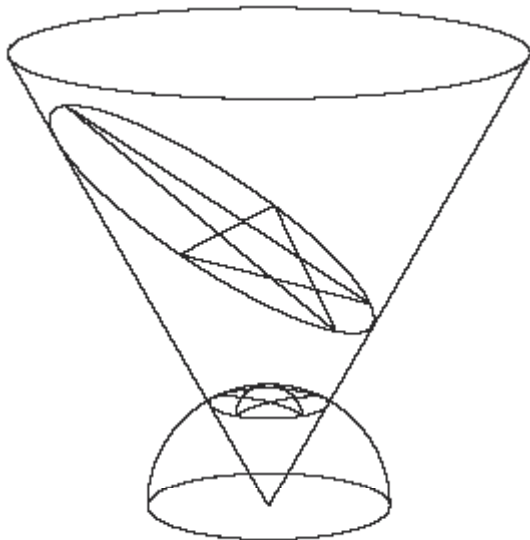
znanosti i umjetnosti u njihovom povijesnom kontekstu. Njegovih sedam svezaka iz 1758. g., **Matematički elementi**, predstavljaju glavna otkrića znanosti znana u to doba kao slijed pedagoških vježbi osmišljenih da bi omogućile studentima njihovu osobnu rekonstrukciju—točno suprotno pristupu umno umrtvljujućoj metodi Euklidovih **Elementa**.

Kästnerova četiri sveska iz 1796. g., **Povijest matematike od restoracije znanosti do kraja 18. stoljeća**, daje polemički pregled povijesnog okruženja tih otkrića, ističući nadmoć Sokratske metode, tipične kod Leonarda, Kuze i Keplera, sasvim različitu od aristotelovskih sofizama tipičnih za Galileja i Newtona. Povrh tog rada na znanosti Kästner je bio vodeća ličnost u razvoju klasične umjetnosti pišući sveske polemičkih epigrama, pjesama i estetičkih eseja. Među njegovim učenicima bio je dramatičar Gotthold Lessing, suradnik Mojsija Mendelssohna, čijom je zaslugom došlo do oživljavanja Shakespearea i postavljanja temelja njemačkog klasičnog kazališta. Gauss je Kästnera zvao "prvim pjesnikom među matematičarima i prvim matematičarom među pjesnicima".

Među najzapaženijim Kästnerovim polemikama bili su njegovi izravni napadi protiv Euklidovih **Elementa**. U mnogim esejima, kao i u ovom navedenom radu, Kästner je uzeo na nišan Ahilovu petu Euklidovih **Elementa**, a to je postavka paralela. Kästner je uporno tvrdio da se ta postavka, koju se kojiput naziva 11. aksiomom, tvrdnja postojanja paralelnih pravaca, nikad ne može dokazati i počiva samo na pretpostavki da je prostor ravan i da se beskonačno linearno širi. Kad bi se ta pretpostavka pokazala lažnom, postavka paralela ne bi bila istinita i čitava rešetka teorema Euklidove geometrije bila bi razotkrivena kao svijet fantazije, što i jest.

Gauss je u svom ranom dobu nastavio Kästnerovo istraživanje pišući u svojim bilježnicama 1797. g. u svojoj 20. godini da se "mogućnost ravne plohe" mora prvo dokazati. Gaussov kasniji rad na *pentagramma mirificum* produžetak je njegovog mladenačkog odbijanja Euklidizma.

Kästnerova borba protiv sofizma ukrstila ga je izravno protiv imperijalnih

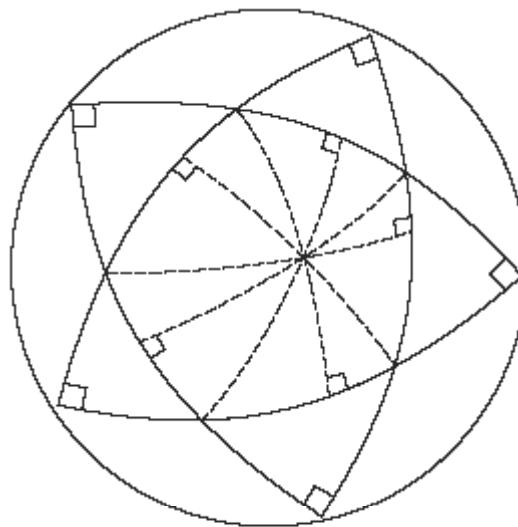
**Projekcija Pentagramma mirificum**

Gauss je peterokut u ravnini smatrao projekcijom sfernog pentagramma mirificum. Kod središnje projekcije, sferni lukovi postaju pravci i zbog toga se kutevi mijenjaju.

ciljeva čije se žarište nalazilo oko Britanske istočno indijske tvrtke, a to su bili potomci bankarskih krugova ujedno i spona s neprijateljima Sokrata, Platona, Arhite i Teeteta u kultu Apolona u Delfima. To ga je stavilo u izravan savez s vodećim znanstvenikom tog vremena, američkim Benjaminom Franklinom., kojeg je ugostio kad je Franklin posjetio Göttingen u srpnju 1766. Time je isto tako postao izravni protivnik vodećih imperijalnih sofista tog vremena, Eulera, d'Alemberta i Lagrangea.

Gauss je bio među zadnjim Kästnerovim učenicima. Rođen godinu dana nakon Američkog proglašenja nezavisnosti odrastao je u vremenu koje je davalo više nade od Teetetovog doba. Nada, koju je hranila uspješna uspostava Američke republike i utjecaj pokrovitelja u Leibnizovom duhu, naročito tad već ostarjelog Kästnera nadahnuli su u Gaussu goruće odbacivanje sofizma. Ta mladenačka žestina mogla se vidjeti u njegovoj doktorskoj dizertaciji iz 1799. g., kasnije nazvanoj Temeljni teorem algebre, u kojoj je razotkrio plitkost vodećih imperijalnih znanstvenih autoriteta, Eulera, Lagrangea i d'Alemberta.

Gauss, kao Kästner i Platon bio je svjestan spona između utjecaja sofizma u znanosti i političkih prilika društva. U svom govoru "Uvodno predavanje o

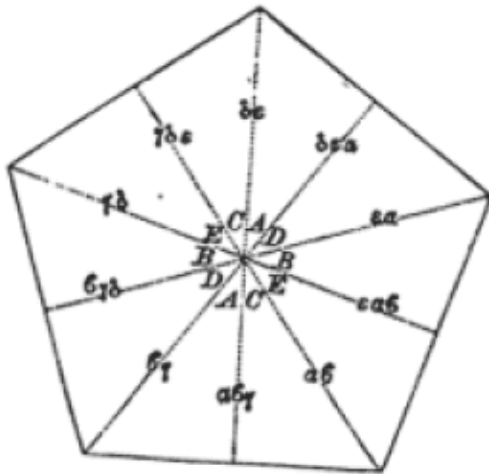
**Samo-polarni sferni peterokut**

Kod samo-polarnog sfernog peterokuta moguće je postići presjecanje linija visine u bilo kojoj točki unutar peterokuta. Razlog je što je luk svake velike kružnice nacrtane na kugli počevši od pola okomit na ekvator.

astronomiji", održanom prviput oko 1805., Gauss je podcrtao da usavršenje stvaralačkih moći uma pojedinca ima važnost u poboljšanju prilika društva u cjelini. Napadajući one sofiste koji omalovažavaju astronomiju pitajući, "kakve koristi od takve znanosti?", Gauss je rekao:

Nije dobar znak duha vremena ako takvo pitanje slušamo često i opetovano. Ono govori djelomice o nepodudarnosti između životnih potreba (ili onih "nuždi" koje smatramo neophodnim) i sredstava njihova udovoljenja. To je tiho priznanje zaista nedostojnog stupnja ovisnosti o tim nuždama ako vjerujemo da smo primorani svoditi sve na svoje fizičke potrebe, ako tražimo opravdanje za znanost ili za rad u znanosti a ne možemo shvatiti da ima ljudi koji uče i proučavaju samo zato jer je za njih to potreba. Međutim, ne samo da naše siromaštvo pokazuje (spisima) da je takav način prosudbe u isti mah beznačajan, uskogrudan i lijen način razmišljanja, narav koja uvijek nervozno izračunava nagradu za svaki značajni iskaz, nezainteresiranost i bezosjećajnost prema veličajnom i onom što čovječanstvo poštuje. Nažalost, ne možemo sakriti činjenicu da ovakovo

## Gaussova projekcija peterokuta



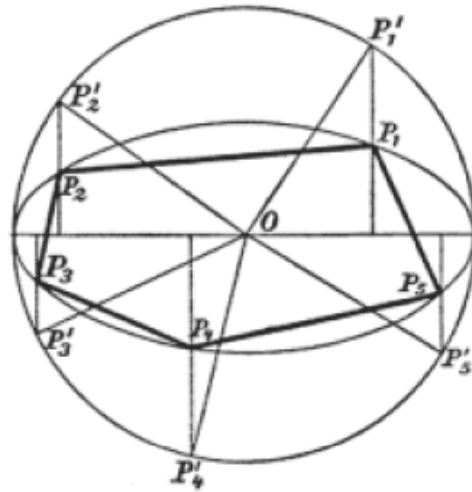
Izvor: Gauss, *Werke*, knjiga 3, str. 483

*Gaussova skica projiciranog peterokuta. Pravci visine sijeku se u jednoj točki. To je tvorevina sfernog svojstva u 6 (b). Kad je Gauss izrazio vrhove ravnog peterokuta kompleksnim brojevima pokazao je da su sva svojstva naizgled ravnog peterokuta tvorevine njegovog sfernog počela, bez obzira da li je kugla ucrtana ili ne. To jest, Euklidova ravna ploha ne postoji!*

razmišljanje prevladava u našem dobu i vjerojatno je gotovo sigurno da je takav stav u vrlo bliskoj vezi sa zlom sudbinom koja je u zadnje vrijeme zadesila toliko mnogo država. Točno me shvatite, ne govorim o veoma čestom nedostatku osjećaja za same znanosti nego o izvoru iz kojeg to teče, o sveprisutnoj sklonosti raspitati prvo o probitku i sve svesti na fizičku dobrobit, o nezainteresiranosti za velike ideje, o odbojnosti spram trudu samo iz čistog oduševljenja za samu stvar. Mislim da takve osobine, ako prevladaju u velikoj mjeri mogu postati odlučujući upliv na katastrofe koje proživljavamo ...

U vrijeme kad je taj govor bio prvo održan američka stvar u Europi bila je sve suzbijanija nakon orgije sofizma kojom su upravljali Britanci poznatoj kao Francuska revolucija, i uspon modernog fašizma u obliku Napoleona Bonapartea kojeg je stvorio sotonski Joseph de Maistre. To su "zla sudbina" i "katastrofe" na koje se Gauss osvrće u svom predavanju. Tom promjenom u političkoj klimi, smrću Kästnera 1800., preuzimanjem École Polytechnique od Napoleonovog "najdražeg matematičara" Lagrangea i Napoleonovom

## Pentagramma mirificum kao eliptička funkcija



Izvor: Gauss, *Werke*, knjiga 8, str. 114

*Budući da projicirani peterokut leži u ravnini koja siječe projekciju stošca pod kutem, projicirani će peterokut biti upisan u elipsu. Prema tome Pentagramma mirificum je izraz eliptičke funkcije. Gauss je pokazao da, kad se taj odnos izrazi u kompleksnom području, pentagramma mirificum daje parcijalno rješenje "Keplerovog problema", to jest podijelu elipse na pet dijelova. Gauss je smatrao položaje  $P_1, P_2$  itd., položajima planeta u eliptičkoj putanji a kuteve koje  $OP_1', OP_2'$  itd. čine s osnovicom kao "ekscentričke anomalije". Našao je zatim odnos između tih ekscentričkih anomalija i eliptičkih lukova  $P_1 P_2, P_2 P_3, P_3 P_4, P_4 P_5, P_5 P_1$  kao izraz eliptičke funkcije. Gauss je iz toga izveo opći zaključak da je ta eliptička funkcija posebni slučaj općenitijeg hipergeometrijskog područja, za koje je Riemann pokazao da se može izraziti u području Abelovih funkcija. Prema tome, svojstva kugle, koje pentagramma mirificum odražava i sama su tvorevine višeg, nevidljivog, hipergeometrijskog područja.*

osvetničkom, izravnom osobnom napadu na njega, Gauss je postao sve oprezniji u izražavanju svojih protu-Euklidskih pogleda. Ipak, taj epistemološki pravac stalno je vodio čitavo njegovo životno djelo i sva njegova važna otkrića bila su posljedica toga.

Pod takvim uvjetima efektivnog imperijalnog diktatorstva naročito nakon Bečkog kongresa 1815. g., Gauss je izričito izražavao svoja protu-Euklidska uvjerenja u privatnoj korespondenciji samo sa svojim najbližim suradnicima. U tim prilikama on je izrazito govorio da je odani *protu-Euklidejac* no da nikad ne može objaviti svoja gledišta jer bi to izazvalo "dreku Beočana".

Neposredno prije svoje smrti Gauss je imao čast prisustvovati predavanju docentske dizertacije svog zadnjeg i 'najobećavajućeg' učenika, Bernhardta Riemanna, **O hipotezama na kojima počivaju temelji geometrije**. Tom

prilikom, na veliko oduševljenje Gausa Riemann je javno izjavio ono što njegov učitelj nikad nije rekao.

A Beočani, zbog kojih je Teetet, boreći se protiv njih poginuo, nisu prestali urlati sve do dana današnjeg.

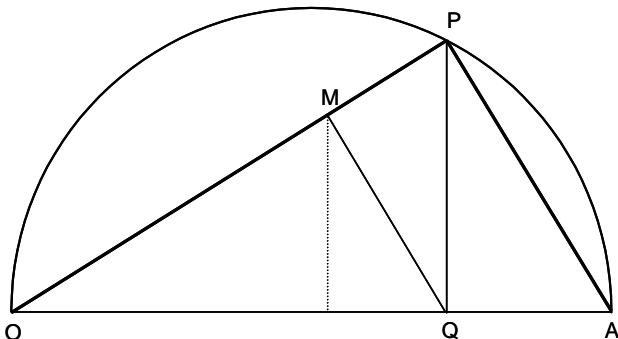
## DODATAK

### Arhitina skladba

[Opaske prevoditelja]

Da bismo shvatili Arhitino rješenje, njegovu skladbu, njenu ljepotu trebamo pokušati prozrijeti tu ljepotu njegovim umom na osnovu onog što nam je ostavio. Bjelodano je da se pitagorejska škola bavila proučavanjem prostornih tijela, njihovim odnosima. Isto tako proporcijama. Ovo se s pravom može zvati skladom jer proporcije odgovaraju skladu u glazbenoj skladbi.

Opaska o proporcijama. Prikaz 3 (a) krije proporcije koje upućuju na Arhitinu kompoziciju.



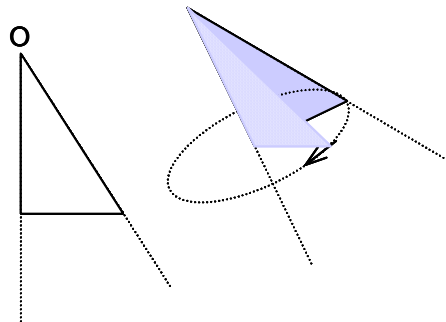
Iz sličnih pravokutnih trokuta dobivamo proporcije:

$$OM:OQ \equiv OQ:OP \equiv OP:OA$$

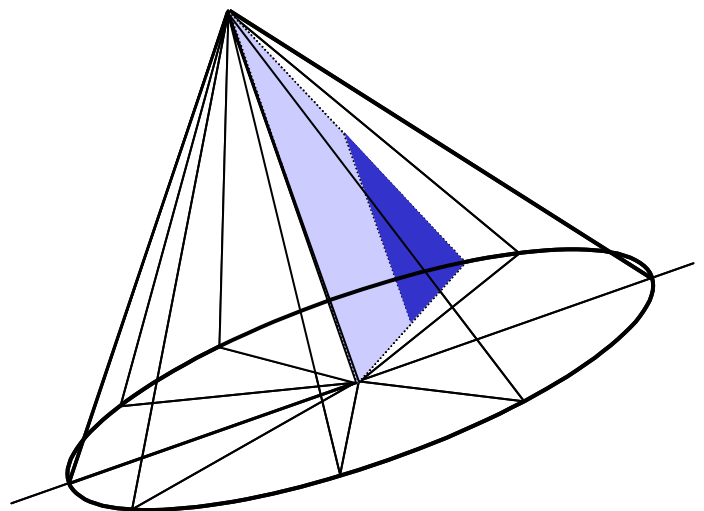
Te proporcije su invarijanta (nepromjenljivo svojstvo) bez obzira na položaj točke P na kružnici OPA. Problem je naći položaj točke P gdje će te proporcije imati vrijednosti, koje će zadovoljavati zahtjeve iz Prikaza 2.

Opaska o geometrijskim tijelima Arhita je skladao svoju skladbu tražeći otkriće u gibanju geometrijskih tijela koje će učvrstiti točku P na pravom mjestu i tako proizvesti tražene proporcije. U svojoj skladbi upotrijebio je presijecanje triju geometrijska tijela.

Sjecište dviju ploha koje prolaze jedna kroz drugu je linija, koja može biti krivulja ili pravac. Ako uvedemo treću plohu, ta linija će proći kroz nju u jednoj točki. Prikaz 3 (b) naznačuje gibanje torusa (prstena), koji siječe valjak i time stvara krivulju. Ta se krivulja nazire na Prikazu 4. Uz ovo sad je potrebna opaska o stošcu.



Ako uzmemo pravokutni trokut i produžimo mu jednu katetu i hipotenuzu, pa ga zavrtimo oko čvrste točke O to će gibanje opisati stožac.



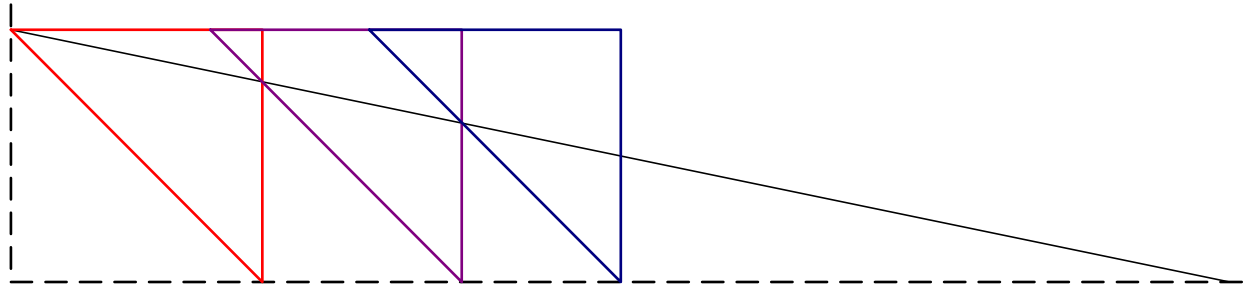
Važno je zapaziti svojstvo stošca – ako povučemo pravac od vrha stošca u bilo

kojem smjeru po njegovom plaštu do osnovice i tu točku spojimo pravcem s osi stošca dobit ćemo trokut sličan izvornom trokutu. Svi takvi trokuti od vrha do osnovice su jednaki. Što više, ako uzmemo bilo koju točku na plaštu stošca spustimo iz nje okomicu na osnovicu onda će dužina na pravcu povučenom od vrha stošca kroz tu točku do osnovice spojena pravcem po osnovici do okomice tvoriti trokut istih proporcija kao izvorni trokut (vidi tamniji trokut na gornjem prikazu). Ustvari, stožac je mnogoznačnik svih točaka koje tvore takve proporcionalne trokute. Prema tome ako na Prikazu 4 na kružnici OQD iz točke O odmjerimo dužinu koja je stranica zadane kocke, i na opisani način opišemo stožac tom

stranicom oko osi OD, taj stožac će presjeći krivulju koju opisuje točka P. To sjecište daje proporcije kojima se dobiju tražene dvije geometrijske sredine između dva kraja.

U svim 'modernim' opisima Arhitine kompozicije, zapažljivo je da se njegov rad odmah postavlja naglavačke, koristeći algebarske jednadžbe pri dokazu točnosti skladbe, dajući algebri primat nad fizičkom stvarnosti. Stvarnost je opisano gibanje koje je nastalo u umu pojedinca, jedinstvena skladba Arhite, a algebra je samo zabilježba te kompozicije. Time se, hotimično, potiskuje stvaralačko razmišljanje uma i zamijenjuje ga dresurom.

## Eratostenova skladba



Skladba koju je Platonov sljedbenik Eratosten opisao, koristi se istokračnim pravokutnim trokutima. Skladba, ne toliko elegantna kao Arhitina, koristi tri jednaka trokuta, od kojih je jedan nepomičan a druga dva se mogu kretati u pravcu katete. Kad pomicanjem dvaju trokuta posložimo da pravac koji prolazi vrhom nepomičnog trokuta i sjecištima katete drugog trokuta s hipotenuzom nepomičnog trokuta i katete trećeg trokuta s hipotenuzom drugog (vidi prikaz) ujedno prolazi i točkom koja dijeli katetu zadnjeg trokuta napola dobili smo tražene proporcije koje daju dvije geometrijske sredine između dva kraja. Za one kojima proporcije ovog rješenja nisu odmah razvidne zadnji

prikaz bi trebao to pojasniti. Kod ovog rješenja glavnu ulogu u skladbi igraju svojstva istokračnog pravokutnog trokuta. Čitatelju je ostavljeno da u svom umu ponovno izvede skladbu uz opomenu da ne bude zaveden algebarskim manipulacijama i da ih ostavi po strani. Budući da sklad (proporcije) u ovoj kompoziciji moraju slijediti čitavu sliku (skladbu), algebra, kao zabilježba, ako je točna i pravilna, **mora** odgovarati stvarnosti, pa time samo *dokazuje* svoju točnost i *potvrđuje* stvarnost. Um pojedinca u stanju je vidjeti nevidljivu hipergeometriju stvarnosti i iz nje izvesti vidljive projekcije koje joj odgovaraju.



